NOVEMBER/DECEMBER 2024

CMA63 — COMPLEX ANALYSIS II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

SHANMUGHA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

1. State the fundamental theorem of algebra.

   வகை கணிதத்தின் அடிப்படைத் தேற்றத்தினை கூறுக.

2. State morera's theorem.

   மொரேராஸ் தேற்றத்தைக் கூறுக.

3. Define Maclaurin's series.

   மெக்லாரின் தொடரை வரையறு.

4. Write the Taylor's series for $\sin z$ about $z = \frac{\pi}{4}$.

   $z = \frac{\pi}{4}$ வைப் பொறுத்து $\sin z$ன் டெய்லர் விரிவை காண்க.

5. Find the residue of $f(z) = \tan z$ at $\frac{\pi}{2}$.

$f(z) = \tan z$ எனும் சார்பிற்கு $\frac{\pi}{2}$-ல் எச்சம் காண்க.

6. Write down the singular points of the function $\frac{z+1}{z^3(z^2+1)}$.

$\frac{z+1}{z^3(z^2+1)}$-ன் சிறப்புப் புள்ளிகளின் தீர்வை எழுதுக.

GOVT. ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

7. Show that $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a\sin\theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}$.

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a\sin\theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}$ என காட்டுக.

8. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} dx = \frac{\pi}{a+b}$.

மதிப்பிடுக : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} dx = \frac{\pi}{a+b}$.

9. Define : Pole.

துருவங்களை வரையறு.

18. State and prove the Cauchy's residue theorem Also find $\int_c \frac{z^2 dz}{(z-2)(z+3)}$ where c is the circle $|z|=4$.

கோஷியின் எச்சத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக. மேலும் c என்பது $|z|=4$ என்ற வட்டம் எனில் $\int_c \frac{z^2 dz}{(z-2)(z+3)}$ -ன் மதிப்பை காண்க.

19. Evaluate : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9}$.

மதிப்பிடுக : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9}$.

20. Prove that $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$.

$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$ என நிறுவுக.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

10. Evaluate $\int_c \frac{f'(z)}{f(z)} dz$ where c is the circle $|z|=4$ and $\frac{z^2+1}{z^2+2z+2}$.

c என்பது $|z|=4$ எனும் வட்டம் மற்றும் $f(z) = \frac{z^2+1}{z^2+2z+2}$ எனில் $\int_c \frac{f'(z)}{f(z)} dz$ யை மதிப்பிடுக.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) State and prove Liouville's theorem.

லியோவெலிஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

Or

(b) Show that the sequence $z_n = \frac{-1+i(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \cdots$ converges to -1.

$z_n = \frac{-1+i(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \cdots$ என்ற தொடர்வரிசை -1 என்ற எண்ணிற்கு ஒருங்குதலாகும் என காட்டு.

12. (a) Expand $f(z) = \cos z$ in a Taylor's series about the point $z = \frac{\pi}{2}$.

$z = \frac{\pi}{2}$ எனும் புள்ளியில் $f(z) = \cos z$ என்பதை டெய்லர் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

Or

(b) Expand $f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$ as a Laurent's series in $|<|z|<2$.

$|<|z|<2$ - ல் $f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$ -யை லாரண்ட் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

13. (a) Determine and classify the singular points of $\frac{z}{e^z - 1}$.

$\frac{z}{e^z - 1}$ - ன் அருநிலைப் புள்ளிகளை கண்டறிந்து வகைப்படுத்துக.

Or

(b) Find the residue's of $\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$ at its poles.

$\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$ -ன் எச்சங்களை அதன் துருவங்களில் காண்க.

SAINTGITS ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

14. (a) Evaluate $\int_0^\infty \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^\infty \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx$.

Or

(b) Prove that $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$.

$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ என நிறுவுக.

15. (a) State and prove Rouche's theorem.

ரூச்சிஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

Or

(b) State and prove Argument theorem.

வீச்சுத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. State and prove maximum modulus theorem.

மீப்பெரு மட்டுத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

17. State and prove Laurent's theorem.

லாரன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.